

Вопросы коллоквиума

1 Теория производства

Вопрос 1. Верно ли, что если фирма максимизирует прибыль, то ее кривая предложения не может содержать убывающих участков? Объясните, не ссылаясь на известные результаты теории производства, то есть опираясь только на идею о максимизации прибыли. Обратите внимание, что данных о дифференцируемости функций нет.

Вопрос 2. Дана функция общих издержек $TC(q)$. Объясните, как из нее в общем виде получить остальные функции издержек (переменных, постоянных, предельных, средних, средних постоянных, средних переменных). Получите все эти функции для общих издержек вида $TC(q) = 2^q + 11$.

Вопрос 3. Дана функция общих издержек $TC(q)$. Объясните, как из нее в общем виде получить остальные функции издержек (переменных, постоянных, предельных, средних, средних постоянных, средних переменных). Получите все эти функции для общих издержек вида¹ $TC(q) = \ln(q + e) + 3$.

Вопрос 4. Дана функция общих издержек $TC(q)$. Объясните, как из нее в общем виде получить остальные функции издержек (переменных, постоянных, предельных, средних, средних постоянных, средних переменных). Получите все эти функции для общих издержек вида

$$TC(q) = \begin{cases} q^2 + 30, & \text{если } q > 0; \\ 0, & \text{если } q = 0. \end{cases}$$

Вопрос 5. Докажите, не пользуясь дифференцируемостью соответствующих функций, что выручка максимизирующей прибыль фирмы не убывает по цене готовой продукции.

Вопрос 6. Докажите, не пользуясь дифференцируемостью соответствующих функций, что фактор производства не может быть «товаром Гиффена», то есть что спрос на фактор не может расти при росте его цены.

Вопрос 7. Известно, что кривые краткосрочных средних переменных и предельных издержек имеют U-образную форму. Изобразите схематично графически излишек фирмы, выпускающей на рынке совершенной конкуренции положительный объем продукции и максимизирующей свою прибыль. Изобразите на том же графике кривую предложения данной фирмы.

Вопрос 8. Объясните интуитивно (не прибегая к средствам математического анализа), почему при возрастании (убывании) среднего продукта труда предельный продукт труда выше (ниже) среднего.

Вопрос 9. Объясните интуитивно (не прибегая к средствам математического анализа), почему при возрастании (убывании) средних издержек предельные издержки выше (ниже) средних.

¹ e — число Эйлера.

Вопрос 10. Объясните, почему при любой технологии в долгосрочном периоде величина средних издержек при любом значении выпуска не может превышать величину средних краткосрочных издержек для той же технологии, если отсутствуют ограничения на использование всех факторов производства в любом периоде (за исключением тех факторов, объемы которых зафиксированы в краткосрочном периоде).

Вопрос 11. Производственная функция, описывающая некоторую технологию, имеет вид $f(K, L) = \min\{K, 10L\}$. Изобразите схематично графически кривые долгосрочных средних и предельных издержек, не выводя уравнения соответствующих кривых. Поясните ваши построения.

Вопрос 12. Производственная функция, описывающая некоторую технологию, имеет вид $f(K, L) = 4\sqrt{K} + \sqrt{L}$. Изобразите схематично графически кривую долгосрочных средних издержек, не выводя ее уравнение. Поясните ваши построения.

Вопрос 13. Производственная функция, описывающая некоторую технологию, имеет вид $f(K, L) = 5L\sqrt{K}$. Изобразите схематично графически кривую долгосрочных средних издержек, не выводя ее уравнение. Поясните ваши построения.

Вопрос 14. Фирма использует труд в качестве единственного фактора производства. Каждый из первых 6 нанятых рабочих увеличивает объем выпуска на 1 единицу, все последующие нанятые рабочие не увеличивают выпуск. Количество нанятых рабочих может выражаться только целыми числами. Нарисуйте в вертикальном соответствии графики общего, среднего и предельного продукта труда. Нарисуйте графики общих, средних и предельных издержек, если зарплата рабочего составляет 100 рублей.

Вопрос 15. Фирмы А и В используют схожие технологии, но фирма А на 10 % производительнее фирмы В, то есть между производственными функциями существует следующее постоянное соотношение: $f_A(K, L) = 1,1f_B(K, L)$. Как соотносятся предельные продукты каждого фактора для этих фирм? Могут ли технологии иметь разную отдачу от масштаба?

2 Теория потребительского выбора

Вопрос 16. В двухтоварной экономике при ценах (\hat{p}_1, \hat{p}_2) рациональный агент выбрал набор (\hat{x}_1, \hat{x}_2) , при ценах $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2)$ агент выбрал набор $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$, а при ценах (\bar{p}_1, \bar{p}_2) агент выбрал набор (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Известно, что набор $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ прямо выявлено предпочитается набору (\hat{x}_1, \hat{x}_2) . Набор (\bar{x}_1, \bar{x}_2) при ценах $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2)$ недоступен потребителю, а набор (\hat{x}_1, \hat{x}_2) прямо выявлено предпочитается набору (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Проранжируйте (обосновывая соотношения), если это возможно, наборы (\hat{x}_1, \hat{x}_2) , $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ и (\bar{x}_1, \bar{x}_2) . Проиллюстрируйте выбор потребителя во всех ситуациях графически на одном рисунке.

Вопрос 17. (В вопросе исправлена опечатка.) В двухтоварной экономике уравнение бюджетной линии потребителя имеет вид $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Правительство решило ввести одновременно аккордную субсидию в размере S , потоварную субсидию на первый товар по ставке s ($s < p_1$) и адвалорный налог на стоимость покупок второго товара по ставке τ ($0 < \tau < 1$). Выпишите новое уравнение бюджетной линии для данного потребителя и укажите максимальный размер адвалорного налога, при котором начальное бюджетное множество является подмножеством нового бюджетного множества (при данных мерах государственного вмешательства).

Вопрос 18. В двухтоварной экономике уравнение бюджетной линии потребителя имеет вид $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Правительство решило ввести одновременно аккордный налог в размере T ($T < m$), потоварный налог на первый товар по ставке t и адвалорную субсидию на стоимость покупок второго товара по ставке s ($0 < s < 1$). Выпишите новое уравнение бюджетной линии для данного потребителя и укажите максимальный размер адвалорной субсидии, при которой новое бюджетное множество (при данных мерах государственного вмешательства) является подмножеством начального бюджетного множества.

Вопрос 19. В терминах эффектов замещения и дохода объясните, как может изменяться потребление инфериорного товара при повышении его цены, если доход потребителя фиксирован.

Вопрос 20. В терминах эффектов замещения и дохода объясните, как может изменяться потребление инфериорного товара при снижении его цены, если доход потребителя фиксирован.

Вопрос 21. В терминах эффектов замещения и дохода объясните, как может изменяться потребление нормального товара при снижении его цены, если доход потребителя фиксирован.

Вопрос 22. В терминах эффектов замещения и дохода объясните, как может изменяться потребление нормального товара при увеличении его цены, если доход потребителя фиксирован.

Вопрос 23. Верно ли, что если Лёша тратит на свой оптимальный набор не весь свой доход, то его предпочтения не монотонны (в определении Вэриана)?

Вопрос 24. Верно ли, что если предпочтения агента монотонны (по Вэриану), то кривые безразличия, соответствующие его предпочтениям в двухтоварной экономике, имеют отрицательный наклон? Обоснуйте или приведите контрпример.

Вопрос 25. Верно ли, что если предпочтения агента строго выпуклы, то кривые безразличия, соответствующие его предпочтениям в двухтоварной экономике, имеют отрицательный наклон? Обоснуйте или приведите контрпример.

Вопрос 26. Верно ли, что если предпочтения Лены монотонны (в определении Вэриана), то она потратит весь свой доход? Если да, то докажите; если нет, то приведите контрпример.

Вопрос 27. Верно ли, что если предпочтения Феди не монотонны (в определении Вэриана), то он не потратит весь свой доход? Если верно, то докажите; если нет, то приведите контрпример.

Вопрос 28. Верно ли, что если Татьяна Дмитриевна тратит на потребляемые блага весь свой доход, то ее предпочтения монотонны (в определении Вэриана)? Если да, то докажите; если нет, то приведите контрпример.

Вопрос 29. Давид потребляет только самолетики и машинки. Известно, что его кривые безразличия имеют обычный (*стандартный, well-behaved* — по Вэриану) вид и он строго предпочитает набор из одного самолетика и трех машинок (1, 3) набору из двух самолетиков и двух машинок (2, 2). Можно ли на основании этой информации сказать, какой из следующих наборов он предпочтет: **(i)** (1, 3) или (3, 1); **(ii)** (3, 1) или (2, 2)?

Вопрос 30. Данил Александрович тратит весь доход только на конфеты и шампанское и имеет гладкие (без изломов), строго выпуклые кривые безразличия. Однажды он обнаружил, что конфеты подорожали, а шампанское подешевело, но в своей оптимальной точке он ровно так же счастлив, как и раньше. Чего он теперь потребляет больше, а чего меньше? Доступна ли ему прежняя точка выбора?

Вопрос 31. Девочке Саше приснился страшный сон: цена ее любимых плюшевых мишек удвоилась и стала равна 200 рублей за мишку. В этом сне Саша сократила свое потребление мишек на 7 мишек в месяц, а ее потребление остальных товаров и услуг не изменилось. Следующей ночью Саша снова увидела кошмар, только теперь не мишки подорожали, а кто-то украл 700 рублей из кошелька, где она хранила доход за месяц. Во втором сне изменилось как ее потребление мишек, так и потребление остальных товаров и услуг. Какой из кошмаров страшнее для Саши?

Вопрос 32. Известно, что после изменения цен товаров и дохода Вали ее положение улучшилось. Верно ли, что стоимость ее старой потребительской корзины в новых ценах ниже, чем стоимость новой потребительской корзины в тех же ценах? Если да, то обоснуйте, если нет, то приведите контрпример.

Вопрос 33. Известно, что после изменения цен товаров и дохода Оли ее положение улучшилось. Верно ли, что стоимость ее новой потребительской корзины в старых ценах выше, чем стоимость старой потребительской корзины в тех же ценах? Если да, то обоснуйте, если нет, то приведите контрпример.

Вопрос 34. Как изменится объем потребления каждого товара и благосостояние потребителя, если цены всех товаров и доход потребителя возрастут на 20 %? Обоснуйте

Вопрос 35. Коктейль «Идиот» состоит из 50 мл *Hennessy Private Reserve* 1865 года (x) и 150 мл Кока-Колы (y). Аня пьет коньяк и колу только в составе этого коктейля и никак иначе. Известно, что порция коктейля никогда не станет для Ани антиблагом, даже если она потребит его в очень большом количестве. Запишите ее функцию полезности $u(x, y)$ и изобразите кривые безразличия, измеряя переменные x и y в миллилитрах.

Вопрос 36. Кривые безразличия потребителя Васи описываются уравнениями вида $x_2 = k/(x_1 + 2)$, причем большему значению k соответствуют лучшие наборы. Верно ли, что потребитель предпочитает набор (2, 1) набору (1, 2)?

Вопрос 37. Марк Иосифович любит читать лекции, ненавидит вести семинары, а коллоквиумы ему совершенно безразличны. Нарисуйте, как могут выглядеть его кривые безразличия в координатах **(i)** (лекции, семинары); **(ii)** (лекции, коллоквиумы); **(iii)** (семинары; коллоквиумы).

Вопрос 38. Находясь в магазине и выбирая из множества доступных альтернатив $X = \{\text{красная шляпка, зеленая шляпка}\}$, Катя решила купить зеленую шляпку. Когда продавец сказал, что в ассортименте есть еще фиолетовая шляпка, Катя передумала и выбрала красную. Удовлетворяет ли поведение Кати (состоящее из двух актов выбора) слабой аксиоме выявленных предпочтений, если она точно знает, что никакие две шляпки для нее не эквивалентны?

Вопрос 39. Потребитель тратит весь свой доход на два товара. Цена первого товара снижается, в то время как цена второго товара возрастает. Верно ли, что если до изменения цен потребитель (чьи предпочтения удовлетворяют слабой аксиоме выявленных предпочтений) мог позволить себе приобрести новую потребительскую корзину, то объем потребления первого товара не может возрасти после изменения цен, если этот товар является нормальным для потребителя?

Вопрос 40. Потребитель тратит весь свой доход на два товара. Цена первого товара увеличивается, в то время как цена второго товара снижается. Верно ли, что если после изменения цен потребитель (чьи предпочтения удовлетворяют слабой аксиоме выявленных предпочтений) может позволить себе приобрести прежнюю потребительскую корзину, то потребление второго товара не может сократиться, если этот товар является нормальным для потребителя?

Вопрос 41. Потребителю с монотонными предпочтениями, определенными в пространстве двух товаров, дают в подарок купон, на который он может получить некоторое количество первого товара. Как изменится его благосостояние? Ответ должен быть обоснован.

Вопрос 42. Предпочтения Ани и Насти относительно семинаров по теории вероятностей и семинаров по теории игр полны и транзитивны. Могут ли две кривые безразличия Ани пересекаться? Может ли кривая безразличия Ани пересечь кривую безразличия Насти?

Вопрос 43. Предпочтения потребителя определены на пространстве двух товаров: яблоки и груши. Запишите формально, используя соответствующие обозначения отношения предпочтений, что данный агент предпочитает одно яблоко двум грушам.

Вопрос 44. Преподаватель считает, что студент А лучше студента Б, если у студента А больше накопленная оценка по микроэкономике. Полны ли предпочтения преподавате-

лей относительно студентов? Транзитивны ли предпочтения преподавателей относительно студентов?

Вопрос 45. При ценах $(p_1, p_2) = (2, 1)$ потребитель выбрал набор $(x_1, x_2) = (1, 8)$. При ценах $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2) = (1, 3)$ потребитель выбрал набор $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (3, 4)$. Согласуется ли выбор данного агента со слабой аксиомой выявленных предпочтений? Обоснуйте ваш ответ.

Вопрос 46. При ценах $(p_1, p_2) = (2, 1)$ в базовый период потребитель выбрал набор $(x_1, x_2) = (1, 8)$. При ценах $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2) = (1, 3)$ в текущий период потребитель выбрал набор $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (6, 3)$. Можно ли сделать однозначный вывод о том, как изменилось положение данного агента в текущем периоде по сравнению с базовым периодом? Ответ обоснуйте.

Вопрос 47. При ценах $(p_1, p_2) = (2, 1)$ в базовый период потребитель выбрал набор $(x_1, x_2) = (1, 8)$. При ценах $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2) = (1, 4)$ в текущий период потребитель выбрал набор $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = (3, 3)$. Можно ли сделать однозначный вывод о том, как изменилось положение данного агента в текущем периоде по сравнению с базовым периодом? Ответ обоснуйте.

Вопрос 48. Приведите пример предпочтений (опишите их словами и запишите соответствующую функцию полезности), при которых может оказаться, что оптимальный набор потребителя стоит меньше, чем составляет его доход.

Вопрос 49. Про предпочтения Ивана Александровича известно только то, что из двух наборов A и B он всегда строго предпочитает набор A , если в нем всех товаров больше, чем в наборе B . Достаточно ли этой информации, чтобы считать, что предпочтения Ивана Александровича являются полными? Транзитивными? Монотонными (в определении Вэриана)?

Вопрос 50. Пусть вместо потоварного налога на один из товаров в двухтоварной экономике для потребителя вводится паушальный налог. Известно, что доходы от обоих видов налогообложения положительны и равны. Как изменится благосостояние агента, если известно, что его предпочтения монотонны и строго выпуклы, а кривые безразличия гладкие, без изломов?

Вопрос 51. Пусть вместо потоварной субсидии на один из товаров в двухтоварной экономике для потребителя вводится паушальная субсидия. Известно, что расходы на оба вида субсидирования положительны и равны. Как изменится благосостояние агента, если известно, что его предпочтения монотонны и строго выпуклы, а кривые безразличия гладкие, без изломов?

Вопрос 52. Рассмотрите потребителя, осуществляющего свой выбор в четырехтоварной экономике. Известно, что при любых положительных ценах и доходе данный потребитель всегда тратит полностью весь свой доход и расходует на каждое благо ровно его четверть. Приведите, пример функции полезности, которая могла бы представлять предпочтения данного агента и докажите, что она соответствует описанному условию.

Вопрос 53. Рассмотрите потребителя, предпочтения которого в двухтоварной экономике монотонны и строго выпуклы, а кривые безразличия, представляющие их, гладкие, без изломов. Потоварное налогообложение одного из товаров для данного агента заменили нейтральным к госбюджету подоходным налогом. Покажите аналитически, используя бесконечно малые изменения в объемах потребления товаров, что при новой политике данный агент увеличит потребление товара, облагаемого ранее потоварным налогом.

Вопрос 54. Рассмотрите потребителя, предпочтения которого в двухтоварной экономике монотонны и строго выпуклы, а кривые безразличия, представляющие их, гладкие, без изломов. Потоварное субсидирование одного из товаров для данного агента заменили нейтральной к госбюджету паушальной субсидией. Покажите аналитически, используя бесконечно малые изменения в объемах потребления товаров, что при новой политике данный агент сократит потребление товара, субсидируемого ранее

Вопрос 55. Рассмотрите экономику с двумя товарами. Если предпочтения агента таковы, что большее количество первого блага (при прочих равных условиях) он всегда предпочитает меньшему, а меньшее количество второго товара (при прочих равных условиях) он предпочитает большему, то какой наклон будут иметь соответствующие кривые безразличия?

Вопрос 56. Студентка потратила весь свой доход на два бесконечно делимых блага, приобретая положительное количество каждого. Цена единицы первого товара равна 5, а второй товар в два раза дороже. Предельная полезность первого товара равна 10, а предельная полезность второго товара равна 5. Покажите, что, не меняя своих расходов, студентка может улучшить свое положение, если ее предпочтения монотонны

Вопрос 57. Татьяна Петровна потребляет только конфеты и печенье, причем в своей оптимальной точке тратит не весь доход. Однажды она обнаружила, что конфеты подорожали, а печенье подешевело, но в своей оптимальной точке она ровно так же счастлива, как и раньше. Изобразите ситуацию на графике.

Вопрос 58. Функция полезности агента А имеет вид $u^A(x_1, x_2) = x_1x_2$, функция полезности агента В относительно тех же товаров имеет вид $u^B(x_1, x_2) = 1000x_1x_2 - 2000$, функция полезности агента С имеет вид $u^C(x_1, x_2) = x_1x_2(1 - x_1x_2)$, функция полезности агента D имеет вид $u^D(x_1, x_2) = -1/(10 + x_1x_2)$, функция полезности агента Е имеет вид $u^E(x_1, x_2) = -x_1/x_2$, и функция полезности агента F имеет вид $u^F(x_1, x_2) = -x_1x_2$. Верно ли, что все агенты имеют различные предпочтения?

Вопрос 59. Цветы (F) и мороженое (C) являются для Ларисы Александровны совершенными комплементариями. Если Л. А. получит в подарок 8 букетов цветов и съест 2 эскимо на палочке, то она будет так же счастлива, как если бы она получила в подарок 6 букетов цветов и съела 8 эскимо на палочке. Букет цветов стоит 10 рублей, эскимо — 20 рублей. Некто хочет потратить на подарки Л. А. ровно 200 рублей, при этом доставив ей максимальное удовольствие. Сколько цветов и мороженого он ей подарит?

Вопрос 60. Энгель тратит весь свой доход только на один товар — пончики с корицей. Как выглядит кривая Энгеля Энгеля относительно этого товара?