"МИКРОЭКОНОМИКА"
Лекция 11

Ксения Паниди

НИУ - ВШЭ, 2014

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \to \min_{x,y}$$

$$s.t. \qquad U(x,y) = \bar{U}$$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \to \min_{x,y}$$

$$s.t. \qquad U(x,y) = \bar{U}$$

- Выпишем лагранжиан:

$$L = p_X x + p_Y y - \lambda(U(x,y) - \bar{U}) \to \min_{x,y,\lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x,y) - \bar{U} = 0$$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \to \min_{x,y}$$

$$s.t. \qquad U(x,y) = \bar{U}$$

$U(x,y) \to \max$

$p_x x + p_y y = M$

$\lambda = \dfrac{\partial U^*}{\partial M}$

- Выпишем лагранжиан:

$$L = \underbrace{p_X x + p_Y y} - \lambda(\underbrace{U(x,y) - \bar{U}}) \to \min_{x,y,\lambda}$$

$\dfrac{MU_x}{P_x} = \dfrac{MU_y}{P_y}$

$\dfrac{P_x}{MU_x} = \dfrac{P_y}{MU_y}$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \dfrac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{p_X}{\frac{\partial U}{\partial x}} \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \dfrac{\partial U}{\partial y} = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{p_Y}{\frac{\partial U}{\partial y}} \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x,y) - \bar{U} = 0 \end{cases}$$

$\lambda = \dfrac{\partial E^*}{\partial \bar{U}}$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \to \min_{x,y}$$

$$s.t. \qquad U(x,y) = \bar{U}$$

- Выпишем лагранжиан:

$$L = p_X x + p_Y y - \lambda(U(x,y) - \bar{U}) \to \min_{x,y,\lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_X}{\frac{\partial U}{\partial x}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_Y}{\frac{\partial U}{\partial y}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x,y) - \bar{U} = 0$$

- Как интерпретировать множитель Лагранжа?

- Решим двойстенную задачу потребителя для функции Кобба-Дугласа:

$$p_x x + p_y y \to \min_{x,y}$$

$$\text{s.t. } x^a y^b = \bar{U}$$

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a \cdot x^{a-1} y^b}{b \cdot x^a y^{b-1}} = \boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{b}{a} \cdot x \cdot \frac{p_x}{p_y}$$

$$x^a \left(\frac{b}{a} \cdot x \cdot \frac{p_x}{p_y}\right)^b = \bar{U} \Rightarrow$$

$$x^h = \left[\frac{\bar{U}}{\left(\frac{b}{a} \cdot \frac{p_x}{p_y}\right)^b}\right]^{\frac{1}{a+b}}$$

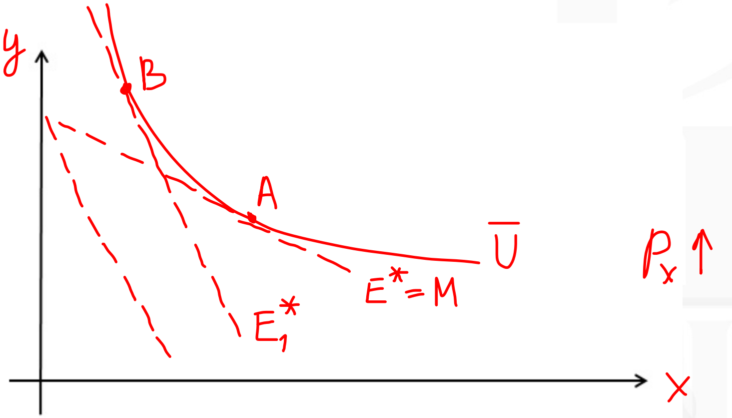
$$y^h = \dots$$

Двойственная задача потребителя

- Решим двойстенную задачу потребителя для функции Кобба-Дугласа:

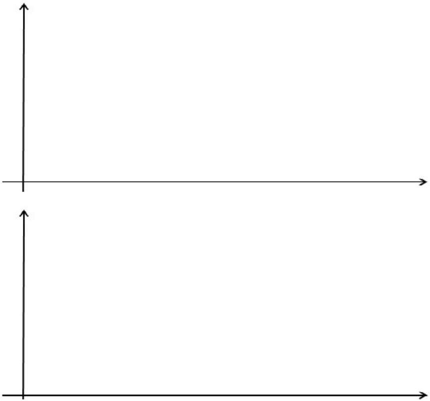
Двойственная задача потребителя

Что произойдет, если цена p_X возрастет?



Двойственная задача потребителя

Как связаны Хиксианский и Маршалловский спрос на графике:



Двойственная задача потребителя

- Как связаны Хиксианская и Маршалловская функции спроса?

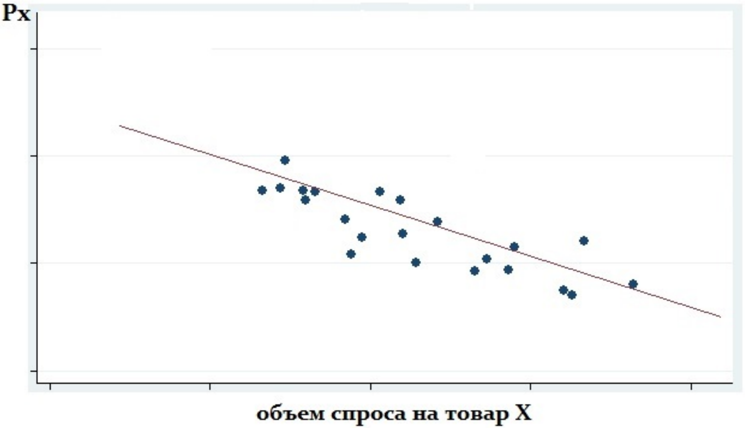
- Продифференцируем обе части по p_X:

Уравнение Слуцкого в эластичностях

$$\varepsilon_X^P = \varepsilon_{h,X}^P - S_X \varepsilon_X^I$$

- Если доля расходов на благо в доходе очень мала, то и эффект дохода будет мал.
- Если X инфериорное благо, то при достаточно большой его доле в доходе оно может стать товаром Гиффена.
- Даже если мы не наблюдаем хиксианскую функцию спроса, мы можем сделать вывод о её эластичности на основе ε_X^P и ε_X^I;

Уравнение Слуцкого в эластичностях



Отличия Хиксианской функции спроса от Маршалловской

- Зависит не от глубины кошелька, а от величины аппетитов потребителя (желаемого уровня полезности);
- Показывает эффект замещения в чистом виде.
- Является денежным выражением уровня благосостояния;
    - Благосостояние - не просто количество денег.
    - Уровень благосостояния показывает, в какой мере удовлетворяются потребности человека. Другими словами, нас интересует не просто количество денег, а максимальный уровень полезности, который потребитель может себе позволить в имеющихся условиях.

Благосостояние

- Прямая задача потребителя: более богатые люди могут достичь более высокого уровня полезности (согласно спросу Маршалла)
- Двойственная задача потребителя: более богатыми являются люди в той стране, в которой того же уровня полезности можно достичь при меньших затратах (согласно спросу Хикса)

Анализ влияния экономической политики

- Возврат налога:

Анализ влияния экономической политики

- Какой налог лучше вводить? Налог с продаж или подоходный?

Благосостояние

- Изменение благосостояния отражается в изменении достижимого уровня полезности.
- Если цена товара снизится, то потребитель выиграет. Вопрос - можно ли измерить этот выигрыш?

Благосостояние

- Стандарнтый подход состоит в подсчете компенсирующей вариации дохода, то есть того гипотетического уровня дохода, который вернул бы потребителя на исходный уровень полезности.

- Неявное предположение: нужно отталкиваться от исходного уровня полезности.

Благосостояние

- Альтернативный подход: нужно подсчитать, какая прибавка в доходе была бы необходима, чтобы переместить потребителя на новый уровень полезности (т.е. какая вариация дохода даст тот же эффект с точки зрения полезности, что и произошедшее снижение цены)

- Неявное предположение: нужно отталкиваться от нового уровня полезности.

Благосостояние

- Можно переформулировать CV и EV в терминах расходов на исходный и гипотетический наборы:

$$CV = E(U_0, p_X^0) - E(U_0, p_X^1)$$

$$EV = E(U_1, p_X^0) - E(U_1, p_X^1)$$

Компенсирующая вариация

Эквивалентная вариация

Потребительский излишек