



NATIONAL RESEARCH
UNIVERSITY

"МИКРОЭКОНОМИКА"

Лекция 11

Ксения Паниди

НИУ - ВШЭ, 2014

Двойственная задача потребителя

$$p_x x + p_y y \rightarrow \min_{x,y}$$

$$s.t. \quad U(x, y) = \bar{U}$$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \rightarrow \min_{x,y}$$

$$s.t. \quad U(x, y) = \bar{U}$$

- Выпишем лагранжиан:

$$L = p_X x + p_Y y - \lambda(U(x, y) - \bar{U}) \rightarrow \min_{x,y,\lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x, y) - \bar{U} = 0$$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \rightarrow \min_{x,y}$$

$$s.t. \quad U(x, y) = \bar{U}$$

$$U(x, y) \rightarrow \max$$

$$p_X x + p_Y y = M$$

$$\lambda = \frac{\partial U^*}{\partial M}$$

► Выпишем лагранжиан:

$$L = p_X x + p_Y y - \lambda(U(x, y) - \bar{U}) \rightarrow \min_{x,y,\lambda}$$

$$\frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y}$$

$$\frac{p_x}{MU_x} = \frac{p_y}{MU_y}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_X}{\frac{\partial U}{\partial x}} \\ \frac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_Y}{\frac{\partial U}{\partial y}} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x, y) - \bar{U} = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial E^*}{\partial \bar{U}}$$

Двойственная задача потребителя

$$p_X x + p_Y y \rightarrow \min_{x,y}$$

$$s.t. \quad U(x, y) = \bar{U}$$

- ▶ Выпишем лагранжиан:

$$L = p_X x + p_Y y - \lambda(U(x, y) - \bar{U}) \rightarrow \min_{x,y,\lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_X - \lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_X}{\frac{\partial U}{\partial x}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_Y - \lambda \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{p_Y}{\frac{\partial U}{\partial y}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U(x, y) - \bar{U} = 0$$

- ▶ Как интерпретировать множитель Лагранжа?

Двойственная задача потребителя

- ▶ Решим двойственную задачу потребителя для функции Кобба-Дугласа:

$$P_x X + P_y Y \rightarrow \min_{X, Y}$$

$$\text{s.t. } X^a Y^b = \bar{U}$$

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a \cdot X^{a-1} Y^b}{b \cdot X^a Y^{b-1}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{Y}{X} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{b}{a} \cdot X \cdot \frac{P_x}{P_y}$$

$$X^a \left(\frac{b}{a} \cdot X \cdot \frac{P_x}{P_y} \right)^b = \bar{U} \Rightarrow$$

$$X^h = \left[\frac{\bar{U}}{\left(\frac{b}{a} \cdot \frac{P_x}{P_y} \right)^b} \right]^{\frac{1}{a+b}}$$

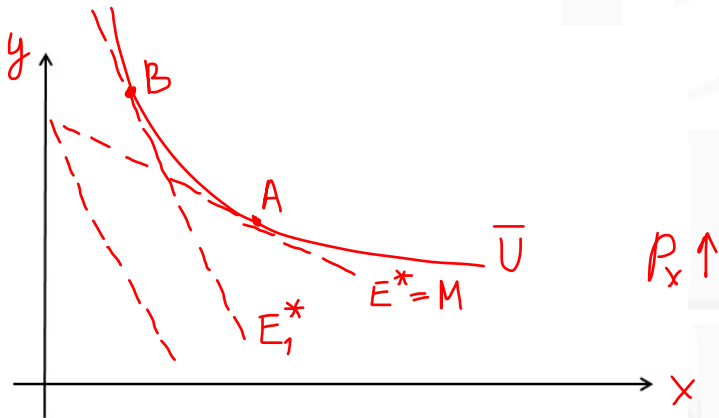
$$Y^h = \dots$$

Двойственная задача потребителя

- ▶ Решим двойственную задачу потребителя для функции Кобба-Дугласа:

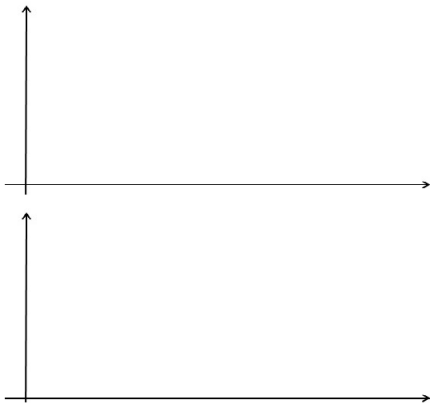
Двойственная задача потребителя

Что произойдет, если цена p_x возрастет?



Двойственная задача потребителя

Как связаны Хиксианский и Маршалловский спрос на графике:



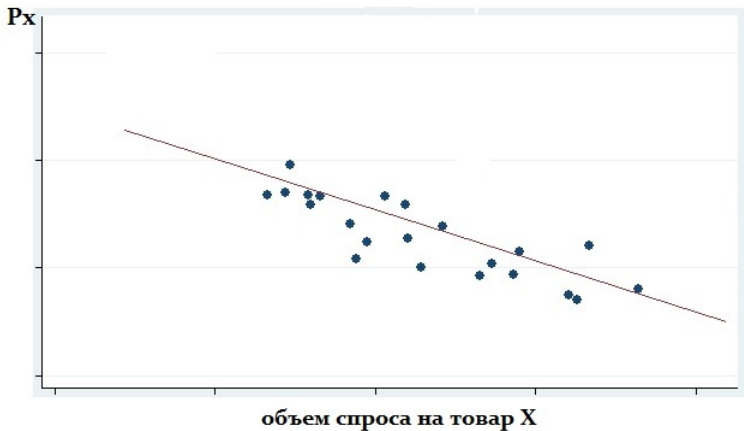
- ▶ Как связаны Хиксианская и Маршалловская функции спроса?
- ▶ Продифференцируем обе части по p_X :

Уравнение Слуцкого в эластичностях

$$\varepsilon_X^P = \varepsilon_{h,X}^P - S_X \varepsilon_X^I$$

- ▶ Если доля расходов на благо в доходе очень мала, то и эффект дохода будет мал.
- ▶ Если X инфериорное благо, то при достаточно большой его доле в доходе оно может стать товаром Гиффена.
- ▶ Даже если мы не наблюдаем хиксианскую функцию спроса, мы можем сделать вывод о её эластичности на основе ε_X^P и ε_X^I ;

Уравнение Слуцкого в эластичностях



- ▶ Зависит не от глубины кошелька, а от величины appetites потребителя (желаемого уровня полезности);
- ▶ Показывает эффект замещения в чистом виде.
- ▶ Является денежным выражением уровня благосостояния;
 - ▶ Благосостояние - не просто количество денег.
 - ▶ Уровень благосостояния показывает, в какой мере удовлетворяются потребности человека. Другими словами, нас интересует не просто количество денег, а максимальный уровень полезности, который потребитель может себе позволить в имеющихся условиях.

- ▶ Прямая задача потребителя: более богатые люди могут достичь более высокого уровня полезности (согласно спросу Маршалла)
- ▶ Двойственная задача потребителя: более богатыми являются люди в той стране, в которой того же уровня полезности можно достичь при меньших затратах (согласно спросу Хикса)

► Возврат налога:



- ▶ Какой налог лучше вводить? Налог с продаж или подоходный?



- ▶ Изменение благосостояния отражается в изменении достижимого уровня полезности.
- ▶ Если цена товара снизится, то потребитель выиграет. Вопрос - можно ли измерить этот выигрыш?



- ▶ Стандартный подход состоит в подсчете компенсирующей вариации дохода, то есть того гипотетического уровня дохода, который вернул бы потребителя на исходный уровень полезности.



- ▶ Неявное предположение: нужно отталкиваться от исходного уровня полезности.

- ▶ Альтернативный подход: нужно подсчитать, какая прибавка в доходе была бы необходима, чтобы переместить потребителя на новый уровень полезности (т.е. какая вариация дохода даст тот же эффект с точки зрения полезности, что и произошедшее снижение цены)



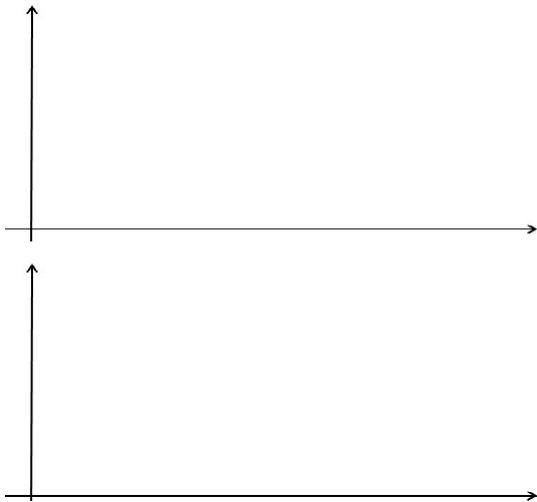
- ▶ Неявное предположение: нужно отталкиваться от нового уровня полезности.

- ▶ Можно переформулировать CV и EV в терминах расходов на исходный и гипотетический наборы:

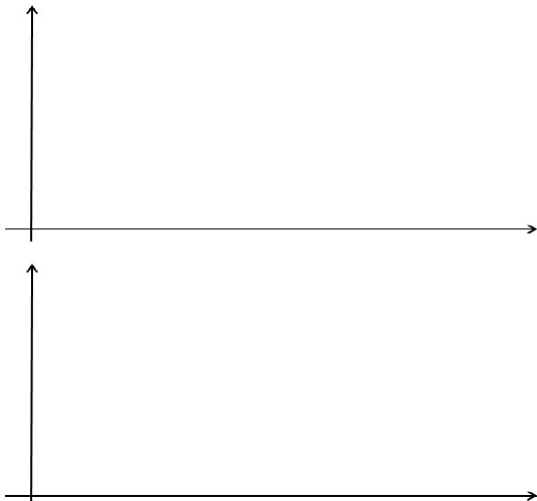
$$CV = E(U_0, p_X^0) - E(U_0, p_X^1)$$

$$EV = E(U_1, p_X^0) - E(U_1, p_X^1)$$

Компенсирующая вариация



Эквивалентная вариация



Потребительский излишек

