Микроэкономика (2013/2014). Домашнее задание 6.

Тема: Межвременной выбор. Выбор в условиях неопределенности.

Куда и когда сдавать: 20 марта (четверг), ПЕРЕД лекцией.
Формат: обязательна сдача работы в бумажном виде!
По желанию можно также загрузить копию работы в LMS.
Максимальное количество баллов: 10
Убедитесь, что на работе указана Ваша фамилия и номер группы!

Задача 1.

Предположим, межвременные предпочтения потребителя описываются функцией полезности вида:

$$U = \sqrt{c_1} + \sqrt{\alpha c_2}$$

В первом периоде агент получает доход m_1, во втором периоде m_2.

(a) *(1 балл)* Какие значения параметра α предполагают, что потребитель ценит будущее потребление меньше, чем настоящее? при каких он ценит его больше?

Коэффициент дисконтирования показывает, насколько предельная полезность от дополнительной единицы потребления во втором периоде больше/меньше предельной полезности от дополнительной единицы во втором периоде при одинаковом исходном уровне потребления в обоих периодах. В данном случае если $c_1 = c_2 = c$, то предельная полезность от единицы потребления в первом периоде составляет $\frac{1}{2\sqrt{c}}$, а предельная полезность от единицы потребления во втором периоде составляет $\frac{\alpha}{2\sqrt{c}}$.

Тогда потребитель ценит будущее потребление меньше, чем настоящее, если вторая величина меньше, то есть если $\alpha < 1$, и наоборот, он ценит потребление второго периода больше, чем первого, если $\alpha > 1$.

(b) *(1 балл)* Выведите оптимальный уровень потребления в первом и втором периодах, если ставка процента в экономике составляет r и одинакова по кредитам и депозитам.

Задача потребителя выглядит так:

$$U(c_1, c_2) = \sqrt{c_1} + \sqrt{\alpha c_2} \to \max_{c_1, c_2}$$

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

Предельная норма замещения потребления первого периода потреблением второго периода равна $MRS_{c_1,c_2} = \frac{1/(2\sqrt{c_2})}{\sqrt{\alpha}/(2\sqrt{c_1})} = \frac{\sqrt{c_2}}{\sqrt{\alpha c_1}}$. Потребитель распределит свои ресурсы оптимально, если его субъективная готовность обменивать текущее потребление на будущее (т.е. его $MRS_{c_1 c_2}$) совпадает с тем, как этот обмен оценивается рынком, т.е. с отношением цены текщщего потребления к цене будушего. Это имеет место, если $\frac{\sqrt{c_2}}{\sqrt{\alpha c_1}} = 1 + r$. Отсюда получаем, что $c_2 = c_1 \alpha (1+r)^2$. Подставив это выражение в бюджетное ограничение, получаем, что оптимальный объем потребления:

$$c_1 = \frac{m_1 + \frac{m_2}{1+r}}{1 + (1+r)\alpha}$$

Оптимальный уровень потребления во втором периоде:

$$c_2 = \frac{m_1(1+r)^2\alpha + m_2(1+r)\alpha}{1 + (1+r)\alpha}$$

(c) *(1 балл)* Какой уровень потребления агент выберет в первом и втором периодах, едди $\alpha = 0$? Объясните ваш ответ интуитивно.

(0.5 балла) Если $\alpha = 0$, то потребление в первом периоде равно $c_1 = m_1 + \frac{m_2}{(1+r)}$, во втором периоде индивид потребляет ноль.

(0.5 балла) Объяснение: если параметр α равен нолю, это означает, что потребитель совсем не ценит потребление второго периода (оно не участвует в его функции полезности). Таким образом, максимум полезности он получит, если потратит весь свой денежный доход на текущее потребление. Значит, он израсходует сумму m_1, а также возьмет кредит на сумму $m_2/(1+r)$, который выплатит из доходов во втором периоде.

(d) *(2 балла)* Проанализируйте зависимость (убывание/возрастание) уровня сбережений потребителя от ставки процента r. Каким образом ваш ответ зависит от значения субъективного фактора дисконтирования? почему зависимость именно такая?

(1 балл) Из выражения для оптимального уровня потребления первого периода видно, что числитель дроби убывает по ставке процента, а знаменатель возрастает. Таким образом, потребление в первом периоде отрицательно зависит от ставки процента, а сбережения (как разница между текущим доходом и потреблением) возрастают по r.

(1 балл) Объяснение: когда ставка процента возрастает, сегодняшняя относительная стоимость будущего потребления снижается, это создает стимулы замещать текущее потребление будущим (эффект замещения). С другой стороны, для того, чтобы потреблять больше завтра, нам нет необходимости сберегать такой же объем, как сейчас. Можно сберегать меньше, так как на каждую единицу сбережения нам выплатят более высокий процент. Поэтому возникает стимул сократить сбережения. В данном случае эффект замещения доминирует эффект дохода, поэтому в результате

потребитель будет сберегать больше и потреблять больше во втором периоде.

Задача 2.

Предположим, вы - начинающий инвестор. У вас в кармане имеется 200 долларов, которыми вы готовы рискнуть, вложив их в фондовый рынок. Если вам повезет, то через месяц вы выиграете на своих инвестициях дополнительные 400 долларов. Если же не повезет, то проиграете все 200 долларов. Везет вам с вероятностью 1/2.

(a) *(1 балл)* Подсчитайте ожидаемую величину вашего дохода, через месяц. Являются ли такие вложения выгодными для вас с точки зрения ожидаемого дохода?

(0.5 балла) Величина ожидаемого дохода: $1/2 \cdot (200 + 400) + 1/2 \cdot (200 - 200) = 300$

(0.5 балла) С точки зрения ожидаемого дохода вложения выгодны, так как в результате этих вложений богатство составит в среднем 300 долларов, а без них только 200.

(b) *(1 балл)* Предположим, ваши предпочтения относительно денег описываются функцией полезности вида $U = \sqrt{x}$. Определите, какую ожидаемую полезность от вложений вы получите через месяц. Являются ли такие вложения выгодными для вас с точки зрения вашей полезности? Почему (интуитивно) ваш ответ отличается от ответа в предыдущем пункте?

(0.5 балла) Величина ожидаемой полезности в результате вложений составит $1/2 \cdot U(200 + 400) + 1/2 \cdot U(200 - 200) = 1/2\sqrt{600}$. Если не вкладываться в рынок, то полезность составит $U(200) = \sqrt{200}$. Очевидно, что $1/2\sqrt{600} < \sqrt{200}$, т.к. $\sqrt{600} < \sqrt{800}$. Вложения не выгодны.

(0.5 балла) Объяснение: в данном случае предпочтения агента таковы, что каждый дополнительный доллар приносит ему всё меньшую и меньшую предельную полезность. Это означает, что каждый приобретенный доллар для него менее це-

нен, чем каждый потерянный (иначе говоря, функция полезности от денег вогнута). Если бы потребитель принимал решение на основе ожидаемого выигрыша (а не полезности), то это бы означало, что каждый приобретенный или потерянный доллар приносит ему одинаковую полезность (это было бы аналогично случаю, когда его полезность от денег линейна). Однако, наш агент является рискофобом, поэтому с точки зрения ожидаемой полезности эта лотерея для него не привлекательна.

(c) *(1 балл)* Определите, каков должен быть минимальный уровень вашего богатства W, чтобы вы согласились сделать вложения, если ваша функция полезности от денег $U = \sqrt{x}$.

Пусть у потребителя имеется некоторое начальное богатство W. Потребитель согласится сделать вложения только в том случае, если уровень полезности, который он ожидает получить от вложений, окажется выше, чем его текущий уровень полезности, то есть полезности от начально богатства. Иначе говоря, потребитель сделает вложения, если выполнено следующее условие:

$$U(W) \leq 1/2 \cdot U(W + 400) + 1/2 \cdot U(W - 200)$$

(Примечание: мы считаем, что агент не согласится на вложения, если левая часть неравенства больше правой, и мы считаем, что агент безразличен между тем, чтобы вкладываться и не вкладываться, если неравенство выполнено как равенство). Рассмотрим это выражение, если полезность задана функцией $U(x) = \sqrt{x}$:

$$\sqrt{W} \leq 1/2 \cdot \sqrt{W + 400} + 1/2 \cdot \sqrt{W - 200}$$

Если возвести в квадрат правую и левую части и преобразовать, получим:

$$\sqrt{(W + 400)(W + 200)} \geq W - 100$$

Еще раз возведя в квадрат, получим, что $W \geq 225$. То есть потребитель согласится сделать вложения, только если его начальное богатство превысит 225.

(d) *(1 балл)* Определите, каков должен быть минимальный уровень вашего богатства W, чтобы вы согласились сделать вложения, если ваша функция полезности от денег $U = \ln(x)$.

Решаем аналогично предыдущему пункту. Потребитель согласится сделать вложения, только если выполнено следующее неравенство:

$$\ln(W) \leq 1/2 \cdot \ln(W + 400) + 1/2 \cdot \ln(W - 200)$$

Перепишем в виде:

$$\ln(W) \leq \ln\left((W + 400)^{1/2}(W - 200)^{1/2}\right)$$

$$W \leq (W + 400)^{1/2}(W - 200)^{1/2}$$

Решив это неравенство, получим, что для того, чтобы агент согласился сделать вложения, необходимо, чтобы его исходный уровень богатства был больше 400.

(e) *(1 балл)* Подсчитайте коэффициент относительного неприятия риска для функций полезности из пунктов (c) и (d). Исходя из ваших результатов, объясните интиуитивно разницу в ваших ответах в пунктах (c) и (d).

(0.5 балла) Относительная мера неприятия риска рассчитывается согласно формуле $RRA = -\frac{U''(x)}{U'(x)}x$ (RRA - relative risk aversion), где x - некоторый уровень богатства. Вычислим значение этой величины для функции полезности $U(x) = \sqrt{x}$:

$$RRA = -\frac{\frac{-1}{4x^{3/2}}}{\frac{1}{2x^{1/2}}}x = 1/2$$

Вычислим этот показатель для функции $U(x) = \ln(x)$:

$$RRA = -\frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}x = 1$$

Объяснение: Заметим, что оба коэффициента несклонности к риску положительны, то есть агент действительно не склонен к риску. Причем во втором случае величина этой меры выше, то есть агент с логарифмической функцией полезности в большей степени избегает риска, чем агент, предпочтения которого описываются с помощью полезности в виде корня. Но это означает, что потребитель более несклонный к риску согласится играть в лотерею только при большем уровне богатства, чем агент в меньшей степени избегающий риска. Это логично. Если ценность дополнительной единицы денег для агента убывает достаточно быстро, то приобретая дополнительный доллар, он приобретает в смысле полезности достаточно мало, а если теряет один доллар, то в смысле полезности теряет достаточно много. В результате, он будет менее склонен к риску.