

Микроэкономика (2013/2014). Домашнее задание 5.

Решение.

Куда и когда сдавать: 13 марта (четверг), ПЕРЕД лекцией.

Формат: обязательна сдача работы в бумажном виде!

По желанию можно также загрузить копию работы в LMS.

Максимальное количество баллов: 10

Убедитесь, что на работе указана Ваша фамилия и номер группы!

Задача 1.

Предположим, предпочтения потребителя описываются функцией полезности вида:

$$U = \sqrt{xy}$$

Доход потребителя составляет $M = 100$ денежных единиц, цены благ X и Y составляют $p_x = p_y = 2$.

(а) (0.5 балла) Определите оптимальный потребительский набор;

Оптимальный набор $x = y = 25$.

(b) (1 балл) Предположим, государство вводит налог в размере $t = 2$ денежных единицы на каждую проданную единицу товара X. Определите, как введение этого налога отразится на потреблении блага X. Определите, какую денежную компенсацию государство должно предоставить потребителю, чтобы его благосостояние не изменилось. Если такая компенсация будет выплачена, вернет ли это потребление X

к исходному уровню и почему (объясните, не используя формул)?

Новое потребление $x_1 = 12.5$. Компенсирующая вариация $CV = 100\sqrt{2} - 100$.

Объяснение: С помощью этой компенсации вернуть потребление X к исходному уровню не получится, т.к. она не устраняет изменение потребления X в результате эффекта замещения. Она компенсирует лишь изменение потребления X из-за эффекта дохода.

(c) (1 балл) Определите величину собранного налога. Хватит ли её для того, чтобы покрыть величину компенсации, найденную в пункте (b)? Почему?

Собранный налог $tx_1 = 2 \cdot 12.5 = 25$.

Объяснение: Если бы потребителю вернули компенсирующую вариацию дохода, то это бы означало, что собранная сумма налога должна была быть равна tx_3 , где x_3 - величина потребления после компенсации по Хиксу (то есть такое, которое получено после элиминированного эффект дохода). Однако, потребление X снизилось еще и за счет эффекта замещения, что отражается в том, что сумма собранного налога $tx_1 < tx_3$ (здесь x_1 - величина потребления после введения налога). Таким образом, собранного налога не хватит на то, чтобы покрыть величину компенсирующей вариации.

(d) (0.5 балла) Предположим, вместо налога с продаж государство собирается ввести паушальный налог (lump-sum tax). Какова должна быть величина этого налога для того, чтобы эффект его на благосостояние оказался таким же, как и от налога с продаж в размере $t = 2$?

Величина паушального налога (эквивалентная вариация) $EV = 100 - \frac{100}{\sqrt{2}}$.

(е) (1 балл) Если государство (вместо налога с продаж) собирает паушальный налог, приносящий в бюджет ту же сумму, что и налог с продаж в $t = 2$ единицы, то каков при этом будет уровень благосостояния потребителя? Сравните эту величину с уровнем благосостояния при введении налога с продаж. Какой налог для потребителя лучше и почему?

Уровень благосостояния при введении налога с продаж $U_1 = 25/\sqrt{2}$. Уровень благосостояния при сборе паушального налога такой же величины равен $U_2 = \frac{75}{4} = 18.75 > 25/\sqrt{2}$.

(е) (0.5 балла) Паушальный налог позволяет потребителю достичь более высокого уровня полезности, значит он лучше. Паушальный налог лучше, так как он не искажает относительные цены, и значит не приводит к дополнительным (некомпенсируемым) потерям благосостояния за счет эффекта замещения, падение благосостояния происходит только лишь за счет эффекта дохода.

Задача 2.

Потребитель получает полезность от досуга r и потребления c . Его предпочтения описываются функцией полезности вида:

$$U(c, r) = (r + 32)^4 c$$

Потребитель располагает общим запасом времени в размере $\bar{r} = 168$ часов в месяц, который он может распределить между досугом и работой, приносящей почасовую зарплату $w = 6$ ден. единиц. Цену потребления возьмем равной 1.

(а) (1 балл) Определите оптимальное предложение труда потребителем. Как изменится его предложение труда, если зарплата возрастет до $w = 8$? Почему?

Оптимальное предложение труда потребителем составляет 40. При возрастании зарплаты до 8 предложение труда по-прежнему 40.

При возрастании зарплаты потребитель за счет эффекта замещения стремится уменьшить потребление досуга (т.к. он теперь подорожал). Но эффект дохода приводит к тому, что агент при каждом постоянном уровне досуга может себе позволить более высокое потребление c , то есть он стремится уменьшить досуг. Эффекты дохода и замещения в данном случае уравнивают друг друга.

(b) (1 балл) Предположим, потребитель начал получать нетрудовой доход в размере $M = 350$ ден. единиц, а его зарплата по-прежнему составляет $w = 6$. Сколько часов потребитель будет работать?

Предложение труда потребителя составит ноль, то есть он не работает.

(c) (1 балл) Предположим, в условиях пункта (b) зарплата потребителя возросла до $w = 8$. Определите, оптимальное предложение труда потребителя. Почему его реакция на изменение зарплаты в этом случае отличается от ситуации пункта (a)? (объясните интуитивно)

Если зарплата возрастет до 8, предложение труда будет равно 5.

Почему реакция на увеличение зарплаты отличается в данном случае от реакции в предыдущем случае? При наличии нетрудового дохода потребитель предпочитал отдыхать, так как он ценит досуг выше, чем предложенный ему уровень зарплаты в 6 единиц (предельная норма замещения досуга потреблением в угловом решении была выше, чем зарплата). Когда зарплата начинает расти, она в какой-то момент станет равна предельной норме замещения досуга потреблением. Это будет максимальный уровень зарплаты, при котором потребитель выберет не работать совсем.

Когда зарплата пересекает этот уровень, потребитель за каждый отработанный час свыше нуля будет получать больше, чем ценность этого часа. Значит, он увеличит предложение труда (т.е. будет действовать в чистом виде эффект замещения). Когда нетрудового дохода не было, повышение зарплаты приводило также и к эффекту дохода, который уравнивал эффект замещения, в результате чего предложение труда не менялось.

Задача 3.

Во многих развивающихся странах большой проблемой является использование детского труда для производства различных товаров. Детский труд - негативное явление не только по моральным, но и по экономическим соображениям: если дети вынуждены работать, они теряют возможность получить хорошее образование и, как следствие, не могут в будущем найти хорошую работу, попадая таким образом в ловушку бедности. Во Вьетнаме детский труд используется в производстве риса. До 1989 года торговля рисом во Вьетнаме была ограничена внутренним рынком: фермеры не имели возможности поставлять рис на международный рынок. С 1989 по 1997 правительство Вьетнама практически полностью отменило экспортные квоты на рис, что привело к повышению его цены для местных фермеров. Многие опасались, что такое удорожание риса сделает его еще более привлекательным для производства, что вовлечет в этот процесс еще большее количество детей. Вам как экономисту предстоит оценить, насколько обоснованы подобные опасения.

Рассмотрим фермера, который настолько беден, что не может позволить себе взрослую рабочую силу и сталкивается с необходимостью привлекать к производству риса своих детей. Конечно он предпочел бы дать им хорошее образование, но оно требует времени, а тогда есть вероятность, что произведенного в оставшееся время риса не будет хватать, чтобы обеспечить приемлемый уровень потребления. В результате фермер должен выбирать, какое количество времени его дети будут проводить в школе (e , education), а какое - в работе на плантации (l , labor). Общий запас времени на образование и работу составляет T часов. Всё свободное от работы время

дети тратят на занятия в школе. Фермер также заботится об уровне потребления c , цену которого можно принять за единицу. Он имеет небольшой нетрудовой доход M .

Функция полезности фермера имеет вид:

$$U = \left(\beta^2 \frac{1}{c} + (1 - \beta)^2 \frac{1}{T - l} \right)^{-1}$$

где $T = l + e$, коэффициент $\beta \in (0, 1)$ показывает, в какой степени фермер ценит потребление по сравнению с образованием детей.

(а) (1 балл) Решите задачу фермера (т.е. определите, какое количество детского труда он будет использовать) в предположении, что один час детского труда позволяет произвести 1 кг риса, который будучи проданным по текущей рыночной цене, принесет t донгов (донг - денежная единица Вьетнама).

(б) (2 балла) Предположим, цена риса в любом случае не может превысить $\bar{t} = \beta^2$. Проанализируйте зависимость объема используемого детского труда от цены риса t . Как ваш ответ зависит от коэффициента β и почему? Объясните, опираясь на теорию потребления, каких последствий для использования детского труда можно ожидать в результате описанной выше либерализации экспорта риса и почему.

Решение:

Запишем оптимизационную задачу фермера. Фермер стремится максимизировать уровень полезности, которая зависит от потребления c и образования $e = T - l$.

$$U = \left(\beta^2 \frac{1}{c} + (1 - \beta)^2 \frac{1}{e} \right)^{-1} \rightarrow \max_{c,e}$$

Бюджетное ограничение фермера:

$$c + te = tT + M$$

В этом ограничении справа стоит максимальный доход, которым фермер мог бы располагать, если всё время детей уходило бы только на работу. Слева стоит потребление фермера плюс доход, который он теряет в результате того, что дети получают

образование вместо того, чтобы работать (иными словами, ценой единицы образования является стоимость того количества риса, которое можно было бы произвести и продать за это время).

Условие оптимального выбора выглядит так:

$$\frac{MU_c}{MU_e} = \frac{1}{t}$$

Перепишем его в виде:

$$\frac{-\beta^2 \frac{1}{e^2}}{-(1-\beta)^2 \frac{1}{e^2}} = \frac{1}{t}$$

Получим, что:

$$c = e \frac{\beta}{(1-\beta)} \sqrt{t}$$

Подставим это выражение в бюджетное ограничение и выразим из него оптимальное значение e как функцию от t :

$$e = \frac{t \cdot T + M}{t + \frac{\beta}{1-\beta} \sqrt{t}}$$

Осталось проанализировать, как это выражение зависит от t (убывает или возрастает). Возьмем производную по t :

$$e'(t) = \frac{T \left(t + \frac{\beta}{1-\beta} \sqrt{t} \right) - (tT + M) \left(1 + \frac{\beta}{(1-\beta)2\sqrt{t}} \right)}{\left(t + \frac{\beta}{1-\beta} \sqrt{t} \right)^2}$$

Нас интересует знак этого выражения, иначе говоря, нужно определить, может ли он быть положительным. Понятно, что знаменатель всегда положителен. Рассмотрим числитель:

$$\frac{\beta T \sqrt{t}}{2(1-\beta)} - M - \frac{M\beta}{(1-\beta)2\sqrt{t}} > 0$$

Это можно переписать в виде квадратного неравенства относительно \sqrt{t} :

$$\beta T t - 2(1 - \beta)M\sqrt{t} - M\beta > 0$$

Получим два корня:

$$\sqrt{t}_{1,2} = \frac{(1 - \beta)M \pm \sqrt{(1 - \beta)^2 M^2 + M^2 \beta^2 T}}{T\beta}$$

Очевидно, корень с минусом отрицателен (подкоренное выражение всегда больше, чем $(1 - \beta)^2 M^2$). Тогда имеет смысл рассматривать только корень с плюсом. Обозначим соответствующее значение t через t^* . Тогда производная $e(t)$ по t отрицательна при $t < t^*$ и положительна при $t \geq t^*$. Таким образом, мы получили, что уровень образования, который фермеры выбирают для своих детей, сначала убывает при повышении цены риса, а затем возрастает.

Почему так происходит? Когда возрастает цена риса, действуют два эффекта. С одной стороны, возросшая цена риса означает, что тратить время детей на труд теперь стало относительно более выгодно, чем тратить его на образование (образование стало относительно более дорого). В результате фермер захочет увеличить уровень потребления, уменьшив образование (действует эффект замещения). С другой стороны, теперь продажа риса приносит больший доход, и это означает, что фермер может позволить себе больший уровень потребления при неизменном уровне образования. В результате фермер может увеличить уровень образования, т.к. теперь ему нет необходимости в той же мере жертвовать им ради потребления (действует эффект дохода). Таким образом, имеем два эффекта, которые действуют в противоположные стороны. То, какой эффект победит, зависит от того, в какой степени возрасла цена риса. Если её увеличение не достигает порогового уровня t^* , то эффект замещения преобладает и фермеры используют больше детского труда, чем раньше. Если же цена переходит порог t^* , эффект дохода начинает преобладать, в результате чего количество детского труда уменьшается, а уровень образования повышается, препятствуя попаданию в ловушку бедности.

Проанализируем, как пороговое значение t^* зависит от параметра β . Поделим числитель и знаменатель порогового значения на β :

$$\sqrt{t} = \frac{(\frac{1}{\beta} - 1)M + \sqrt{(\frac{1}{\beta} - 1)^2 M^2 + M^2 T}}{T}$$

Очевидно, это выражение убывает по β . Таким образом, если параметр β возрастает, то плохая тенденция в использовании детского труда сменяется хорошей при меньшей цене риса.

Почему так происходит? Дело в том, что параметр β показывает в какой мере фермер ценит потребление по отношению к образованию (то есть с какой долей потребление входит в его функцию полезности). Когда β увеличивается, это приводит к тому, что при прочих равных от того же уровня потребления фермер получает теперь больше полезности. Значит, для того, чтобы максимизировать свою полезность, фермеру теперь не обязательно поддерживать потребление на том же уровне, что и раньше. Взамен, можно начать вкладываться в образование. Тогда положительный эффект от цены риса на образование начнет проявляться раньше, т.е. при меньшем пороговом значении цены.