Контрольная работа по курсу «Микроэкономика»

Лектор: К.А. Паниди

Правила:

- Работа должна быть выполнена самостоятельно;
- Не допускается использование каких-либо электронных или бумажных материалов и калькуляторов;
- Любое общение во время контрольной работы может повлечь за собой аннулирование обеих частей работы;
- Пишите ваши ответы ТОЛЬКО в специально отведенном для этого промежутке. Ответы, написанные где-либо еще, оцениваться не будут.
- Если работа написана карандашом, апелляции по ней приниматься не будут.

Удачи!

Ф.И.О. : ____

Номер группы: ____

Часть 2: РЕШЕНИЕ

Задача 1.

Индивид А живет два периода и в каждом периоде имеет доход m_1 и m_2 соответственно. Агент выбирает уровень потребления в каждом из двух периодов. При этом он может вкладывать деньги в банк и занимать по одинаковой ставке процента r. Уровень полезности потребителя в первом периоде определяется только его текущим уровнем потребления c_1, тогда как во втором периоде индивид стремится потреблять не меньше половины предыдущего уровня (например, в первом периоде он привыкает к определенному образу жизни и не хотел бы его снижать). В результате межвременная функция полезности потребителя имеет вид:

$$U(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2 - 0.5c_1)$$

(1) (5 баллов) Найдите оптимальный уровень потребления с первом и втором периоде. Проверьте наличие угловых решений или объясните, почему решение не может быть угловым.

Сразу видно, что угловых решений быть не может, так как при нулевых значениях c_1 и c_2 функция полезности не определена.
Найдем внутреннее решение:

$$MU_{c_1} = \frac{1}{c_1} - \frac{0.5}{c_2 - 0.5c_1} = \frac{(c_2 - c_1)}{c_1(c_2 - 0.5c_1)}$$

$$MU_{c_2} = \frac{1}{c_2 - 0.5c_1}$$

В первом выражении очень многие забыли 0.5 в числителе второй дроби, из-за чего получали неправильный ответ здесь и в последующих пунктах.

$$MRS_{c_1c_2} = \frac{MU_{c_1}}{MU_{c_2}} = \frac{c_2 - c_1}{c_1}$$

По условию оптимума, это выражение должно быть равно $\frac{1}{\frac{1}{1+r}} = 1 + r$. Отсюда получаем, что в оптимуме $c_2 = (2 + r)c_1$. Далее, подставляем это условие в бюджетное ограничение:

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

$$c_1 + \frac{c_1(2 + r)}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

$$c_1 = \frac{m_1 + \frac{m_2}{1 + r}}{\left(1 + \frac{(2 + r)}{1 + r}\right)} = \frac{m_1(1 + r) + m_2}{3 + 2r}$$

$$c_2 = c_1(2 + r) = \left(\frac{m_1(1 + r) + m_2}{3 + 2r}\right)(2 + r)$$

(2) (5 баллов) Определите, каким образом уровень потребления в первом периоде зависит от ставки процента r (убывает/возрастает). Объясните интуитивно, почему такая зависимость может иметь место.

В ответе на этот вопрос многие без всяких расчетов писали, что потребление первого периода убывает по ставке процента, т.к. сбережения становятся более выгодными при увеличении r. Некоторые указывали, что знаменатель растет по ставке процента быстрее, чем числитель, и, следовательно, потребление первого периода убывает. За оба эти ответа ставился ноль, так как из полученной функции нельзя без расчетов однозначно определить, как будет меняться потребление. Вычислим его производную:

$$\frac{\partial c_1}{\partial r} = \left(\frac{m_1(1+r)+m_2}{3+2r}\right)' = \frac{m_1(3+2r)-(m_1(1+r)+m_2)2}{(3+2r)^2} = \frac{(m_1-2m_2)}{(3+2r)^2}$$

Из полученного выражения видно, что его знак зависит только от знака числителя. Многие не обращали на это внимания и писали, что оно всегда положительно или что оно указывает на то, что потребление не зависит от r. Это неверно, так как его знак может быть как положительным, так и отрицательным. Если $m_1 > 2m_2$, то потребление первого периода возрастает по ставке процента, если же $m_1 < 2m_2$, то оно убывает по ней, а если $m_1 = 2m_2$, то не зависит от ставки процента. Те, кто дошел до этих утверждений, получали 4 балла из 5. Интуитивное объяснение: функция полезности задана таким образом, что потребитель формирует привычку к некоторому уровню потребления в первом периоде и не хочет снижать его во втором периоде. Это означает, что он будет стремиться «сглаживать» своё потребление между периодами. Если доход в первом периоде очень высок (выше, чем $2m_2$), то при росте ставки процента эффект дохода доминирует и потребитель предпочитает наращивать текущее потребление, зная, что для обеспечения второго периода у него окажется достаточно сбережений (т.к. текущий доход высок, он и во втором периоде сможет поддержать тот же уровень потребления). Если же в первом периоде доход низок, то потребитель при росте ставки процента будет больше сберегать сейчас, т.к. для сглаживания потребления ему понадобится больше средств в будущем.

(3) (3 баллов) Пусть доход потребителя в первом периоде в два раза больше, чем во втором. Определите оптимальный уровень сбережений агента.

Если $m_1 = 2m_2$, то уровень сбережений будет равен:

$$S = m_1 - c_1 = m_1 - \frac{m_1(1+r)+m_2}{3+2r} = \frac{3m_1+2rm_1-m_1(1+r)-m_2}{3+2r} = \frac{2m_1+rm_1-m_2}{3+2r}$$
$$= \frac{3m_2+2rm_2}{3+2r} = m_2 = \frac{m_1}{2}$$

(4) (7 баллов) Предположим, в той стране, где проживал индивид, обстановка стала нестабильной, и он рассматривает вариант переезда в другую страну с более высокой ставкой процента. Однако, если он решится переехать, то потеряет доступ ко всем своим имеющимся сбережениям. Кроме того, он сможет занимать и сберегать средства только на внутреннем рынке другой страны. Изобразите на графике и покажите аналитически, что существует такая ставка процента в новой стране, при которой благосостояние потребителя не ухудшится по сравнению с прежней ситуацией (найдите выражение для этой ставки процента в буквенном виде).

Этот пункт никто не решил, поэтому он остается для самостоятельного разбора. Здесь фактически требовалось сравнить две ситуации для одного и того же потребителя. Ситуация 1 – он остается в той же стране и потребляет/сберегает ровно то, что уже найдено. Ситуация 2 – он перемещается в другую страну и теряет сбережения, т.е. его доход в первом периоде становится равен $m_1^* = m_1 - s$. Нужно найти в этих условиях новый уровень потребления в первом и втором периоде и посмотреть, при какой ставке процента потребитель получит точно такую же полезность, как и в ситуации 1.

Задача 2.

Некоторая семья не имеет нетрудового дохода и располагает запасом времени T=5, который она может распределить между работой за заработную плату w=10 и отдыхом. Предпочтения семьи относительно потребления c и досуга r описываются функцией полезности вида:

$$U(c,r) = cr^{\beta}$$

где параметр $\beta > 0$. Будем считать, что цена потребления равна 1.

(1) *(5 баллов) Как можно интерпретировать параметр β ?*

β – относительная ценность/предпочтения досуга r потреблению c.
Если $\beta > 1$, то досуг предпочитается в большей степени, чем потребление, если $\beta < 1$, то досуг предпочитается в меньшей степени, если $\beta = 0$, то досуг и потребление в одинаковой степени увеличивают полезность.

(2) *(5 баллов) Правительство решило ввести программу помощи малообеспеченным семьям, согласно которой семье предлагается субсидия в размере $H = 15$ в форме фиксированной прибавки к доходу (паушальная субсидия). При этом, если семья соглашается на получение субсидии, её трудовой доход облагается налогом по ставке $t = 0.5$ (доля от заработной платы). Если же семья отказывается от субсидии, то налог на трудовой доход она не платит. Предположим, для данной семьи $\beta = 1$. Определите, согласится ли семья на субсидию в этой ситуации. Приведите обоснование.*

Для того, чтобы определить, согласится ли семья на субсидию, необходимо сравнить полезность при оптимальном выборе в случаях не/согласия на субсидию.
Найдем набор, который выберет семья при отсутствии паушальной субсидии и подоходного налога. Выпишем задачу потребителя:

$$\begin{cases} U(c,r) = cr \to \max\limits_{c,r} \\ pc = wL \\ r + L = T \end{cases}$$

Перепишем бюджетное ограничение в терминах потребление/досуг:

$$\begin{cases} U(c,r) = cr \to \max\limits_{c,r} \\ pc + wr = wT \end{cases}$$

Воспользуемся формулой поиска оптимального набора для функции Кобба-Дугласа:

$$\begin{cases} \tilde{r} = \frac{1}{2}\frac{wT}{w} = \frac{T}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \\ \tilde{c} = \frac{1}{2}\frac{wT}{p} = \frac{10*5}{2*1} = 25 \end{cases}$$

Полезность семьи в этом случае $U(\tilde{c},\tilde{r}) = 62.5$

Рассмотрим задачу потребителя для случая согласия на субсидию и налог. Выпишем новую задачу потребителя:

$$\begin{cases} U(c,r) = cr \to \max\limits_{c,r} \\ pc = (1-t)wL + H \\ r + L = T \end{cases}$$

Перепишем бюджетное ограничение в терминах потребление/досуг:

$$\begin{cases} U(c,r) = cr \to \max\limits_{c,r} \\ pc + (1-t)wr = (1-t)wT + H \end{cases}$$

Воспользуемся формулой поиска оптимального набора для функции Кобба-Дугласа:

$$\begin{cases} \hat{r} = \dfrac{1}{2}\dfrac{(1-t)wT + H}{(1-t)w} = \dfrac{(1-0.5)*10*5+15}{2*(1-0.5)*10} = 4 \\ \hat{c} = \dfrac{1}{2}\dfrac{(1-t)wT + H}{p} = \dfrac{(1-0.5)*10*5+15}{2*1} = 20 \end{cases}$$

Полезность семьи в случае согласия на программу $U(\hat{c},\hat{r}) = 80$

Сравнивая полезность, делаем вывод о согласии семьи на предложенную программу[1]

Ответ: да, согласится.

(3) *(5 баллов) Предположим, в экономике существует только одна семья, которая описана выше. Если она соглашается на субсидию, определите, какова будет сумма, потраченная государством на программу помощи в такой экономике с учетом собранной суммы налога и выплаченной субсидии.*

Обозначим за G сумму, потраченную государством. Она будет равна разнице между субсидией и собранным налогом.

$Tax = twL = tw(T - \hat{r}) = 0.5*10*(5-4) = 5$

Откуда $G = H - Tax = 15 - 5 = 10$

Ответ: 10.

(4) *(5 баллов) Могло ли государство потратить меньше денег и при этом поддержать благосостояние семьи на том же уровне, если бы не стало вводить подоходный налог для семьи, которая соглашается на субсидию? Если да, то каким образом? Обоснуйте ваш ответ аналитически.*

Ниже перечислены два из возможных вариантов новой политики!

Первый способ:

«Поддержание благосостояния семьи на том же уровне» означает достижения полезности на уровне $U(\hat{c},\hat{r}) = 80$. Пусть государство не вводит подоходный налог, но хочет снизить субсидии. Если удастся повысить благосостояние семьи до $U = 80$, затратив $\overline{H} < 10$, значит мы выполним необходимую задачу.

Выпишем новую задачу:

$$\begin{cases} cr = U(\hat{c},\hat{r}) \\ pc + wr = wT + \overline{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} cr = 80 \\ c + 10r = 50 + \overline{H} \end{cases}$$

---

[1] Решать можно было, приравняв предельную норму замещения $MRS_{cr} = \dfrac{r}{c}$ к отношению цен $\dfrac{p_c}{p_r} = \dfrac{p}{w} = \dfrac{1}{10}$ (для первого случая) или $\dfrac{p_c}{p_r^t} = \dfrac{p}{w(1-t)} = \dfrac{1}{5}$ (для второго).

$$\begin{cases} \breve{r} = \frac{1}{2}\frac{wT+\overline{H}}{w} = \frac{50+\overline{H}}{20} \\ \breve{c} = \frac{1}{2}\frac{wT+\overline{H}}{p} = \frac{50+\overline{H}}{2} \\ \breve{c}\breve{r} = 80 \end{cases}$$

Получаем $\overline{H} = 40\sqrt{2} - 50$. Несложно убедиться, что новая величина субсидии меньше 10.

Ответ: да, можно отменить подоходный налог и снизить паушальную субсидию до $40\sqrt{2} - 50$.

Второй способ:

«Поддержание благосостояния семьи на том же уровне» означает достижения полезности на уровне $U(\hat{c},\hat{r}) = 80$. Пусть государство не вводит подоходный налог, но вводит налог на потребление и не меняет паушальную субсидию. Если удастся повысить благосостояние семьи до $U = 80$, собрав $Tax > 5$, значит мы выполним необходимую задачу. Обозначим за $\bar{t}$ величину потоварного налога. Новая задача будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} cr = U(\hat{c},\hat{r}) \\ (1+\bar{t})pc + wr = wT + H \end{cases}$$

$$\begin{cases} cr = 80 \\ (1+\bar{t})c + 10r = 50 + 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \breve{r} = \frac{1}{2}\frac{wT+H}{w} = \frac{50+15}{20} = 3.25 \\ \breve{c} = \frac{1}{2}\frac{wT+H}{(1+\bar{t})p} = \frac{50+15}{2(1+\bar{t})} = \frac{32.5}{(1+\bar{t})} \\ \breve{c}\breve{r} = 80 \end{cases}$$

Отсюда $\bar{t} = \frac{41}{128} \approx 0{,}32$, $\breve{c} = \frac{4160}{169} \approx 24{,}62$.

Рассчитаем новые налоговые поступления:

$Tax = \bar{t}p\breve{c} = \frac{41}{128}\frac{4160}{169} \approx 7{,}88$. Эта величина больше первоначально собранных налогов (5), значит удалось снизить траты государства.

Ответ: да, можно, отменив подоходный налог и введя потоварный налог на потребление $\bar{t} = \frac{41}{128}$